Figuur 8. Seriatie die fout loopt

Kinderen beheersen het seriatieprincipe tussen hun vierde en achtste jaar.

Ook in het seriëren zien we drie fasen, namelijk:

- paarsgewijs denken;
- empirisch zoekend seriëren;
- transitief niveau.

Men spreekt over paarsgewijs denken wanneer een kleuter twee elementen met elkaar kan vergelijken, maar daarbij de totaliteit uit het oog verliest (zie figuur 9). Er wordt per paar vergeleken. De eerste boom (de boom meest links) is kleiner dan boom 2, maar boom 2 wordt niet vergeleken met boom 3. Boom 3 wordt dan weer vergeleken met boom 4 enzovoort.

Figuur 9. Seriatie: niveau van het paarsgewijs denken

In de fase van **empirisch zoekend seriëren** kunnen kinderen al experimenterend meer dan twee elementen seriëren. Ze moeten echter nog een aantal keer voorwerpen verplaatsen om tot een goed eindresultaat te komen.

Op het **transitieve niveau**, of de hoogste fase, kan het kind een hele reeks ordenen en beheerst het het seriëren volledig. Alle bomen staan netjes geordend van klein naar groot (zie figuur 10).

Figuur 10. Seriatie: transitief niveau

Kardinale getallen (bv. ‘vier spinnen’) liggen in het verlengde van de **classificatie**. Ordinale getallen (bv. ‘vierde leerjaar’) bouwen voort op **seriatie**.

Onderzoek toonde aan dat **seriatie** en **classificatie** naast tellen bij kleuters sterke voorspellers zijn voor het vaardig rekenen in het eerste, tweede en derde leerjaar.[33]

Er blijkt een verband (significante correlatie) tussen seriatie en het kunnen optellen en aftrekken, terwijl classificatie vooral een impact (hoge correlatie) lijkt te hebben op het aftrekken. Het gebruik van telbaar materiaal is echter van belang.[34]

2.2. Postpiagetiaanse inzichten

Zoals hierboven vermeld, spreken we beter over voorbereidende rekenvaardigheden dan over rekenvoorwaarden. Men toonde namelijk aan dat de voorwaardelijkheid (causaliteit) om tot goed getalbegrip te komen, er niet is.[35] Het gaat dus niet om echte ‘voorwaarden’ om tot getalbegrip te komen, maar eerder om ’voorbereidende vaardigheden’.

Bovendien zijn ook een aantal vaardigheden niet opgenomen in het model van Piaget. Er is vooral kritiek op het vergeten van tellen als voorspeller van getalbegrip.

Daarnaast zijn ook maatbegrip, aandacht voor en vergelijken van hoeveelheden, translatie, patronen herkennen en rekentaal van belang om te observeren (en eventueel te onderzoeken) bij kleuters.

33 Stock *et al.* (2010).
34 Grégoire (2003).
35 Van De Rijt (1996); Van Luit (2002).

Neopiagetiaanse inzichten leidden ertoe dat we momenteel de ontwikkeling van het getalbegrip als volgt zien:[36]

	Classificatie	**Kardinatie** ↑			Operatietekens
Conservatie +	Paarsgewijze → Correspondentie	Tellen →	Getalbegrip →	Splitsen →	Hoofd-bewerkingen
	Seriatie	↓ **Ordinatie**			Memoriseren

Figuur 11. Neopiagetiaans model (belang van tellen voor het getalbegrip)

Tellen,[37] maatbegrip, translatie en vergelijken van hoeveelheden en patronen herkennen, worden dus belangrijker dan vroeger (in het piagetiaanse model, zie figuur 5), waar alleen sprake was van conservatie, correspondentie, seriatie en classificatie).

Figuur 12. Translatietaak (het juiste aantal vissen)
(met dank aan Sint-Jozef Geraardsbergen)

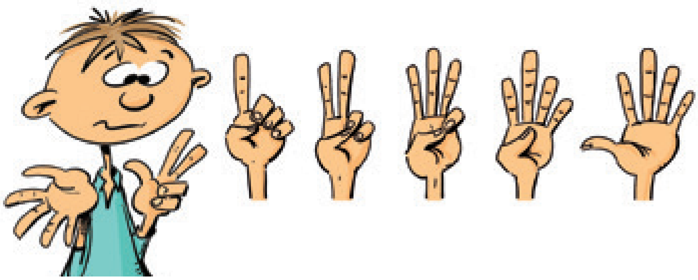
36 Dumont (1994, p. 149).
37 Fuson *et al.* (1982); Gelman & Gallister (2004); Le Fevre *et al.* (2006).

2.2.1. *Tellen*

De telvaardigheden en de zogenaamde piagetiaanse rekenvoorwaarden (conservatie, correspondentie, classificatie en seriatie) beïnvloeden elkaar wederzijds vanaf de leeftijd van drie jaar. Tellen krijgt een belangrijke functie toebedeeld om te komen tot getalbegrip.

We kunnen onderscheid maken tussen het kennen van de telrij (procedurele kennis) en het tellen zelf (conceptuele kennis).[38]

We mogen nooit uit het oog verliezen dat jonge kinderen slechts komen tot 'betekenis' van een getal dat gelijk is aan hun leeftijd + 1. Het heeft dus geen zin om bij een 4-jarige tot 100 te werken.



Figuur 13. Tellen

Van Luit[39] stelt voorts dat kleuters onder meer moeten leren hoeveelheden koppelen, ordenen, telwoorden gebruiken, synchroon en verkort tellen en resultatief tellen om te komen tot getalbegrip.

De kennis van tellen evolueert in verschillende prenumerische fasen:

- Peuters beseffen rond de leeftijd van 2 jaar dat er hoeveelheden zijn. In deze fase heeft het kind wel enige telwoorden tot zijn beschikking, maar het kan ze niet passend gebruiken. Dat noemt men de **anaritmetische fase**.
- Kleuters van ongeveer 3 jaar bevinden zich in de fase van de **eerste rekenrijpheid**, waarbij ze akoestisch tellen, maar vaak niet met 1 beginnen en evenmin de volgorde van de getallen aanhouden. Dat akoestisch tellen kunnen we echter nog geen écht tellen noemen maar eerder een spelen met getalwoorden.

38 Gelman & Gallister (2004).
39 Van Luit (2018).

- Vanaf de leeftijd van 4 jaar bevindt het kind zich in de **pre-aritmetische fase** en zien we **asynchroon tellen**; het duidt voorwerpen aan maar dat gebeurt willekeurig, waarbij voorwerpen vergeten of verschillende keren geteld worden.
- Rond 4,5 jaar treedt het ordenend of structurerend en **synchroon tellen** op, waarbij voorwerpen verschoven of samengelegd worden om ze te tellen. Ze worden aangewezen, de getallenrij wordt opgezegd en het kind past de één-één-correspondentie toe.
- **Resultatief tellen** en elementair getalbegrip zijn mogelijk rond de leeftijd van 5 jaar. We spreken dan van een **tweede rekenrijpheid** (5-8 jaar). In deze periode treedt het adequate gebruik van de getallenrij op met analyseren van hoeveelheden en het toepassen van bewerkingen op concreet aanwezige of aanschouwelijk voorgestelde hoeveelheden. Kinderen weten nu dat tellen met 1 moet beginnen, dat je voorwerpen maar één keer mag tellen en dat het laatstgenoemde telwoord de totale hoeveelheid aangeeft.
- Als kinderen 5,5 à 6 jaar zijn, kunnen ze verkort tellen en doortellen vanuit een kleine starthoeveelheid (bv. vanaf 3 doortellen tot 10). We spreken van **de aritmetische fase** als kinderen op technische wijze de getalrelaties beheersen (**derde rekenrijpheid**, vanaf 8 jaar). Daarbij kan het kind '**verkort tellen**' en steunend op de uitgebreide taalmiddelen en de talrijke hanteringservaringen, het rekensysteem in toenemende mate benutten.

Het beheersen van de **procedurele kennis** van het tellen verloopt in vijf stappen[40]:

- Niveau van de **ketting**: de kinderen produceren getalwoorden als niet te onderscheiden woorden 'ééntweedrievier'...
- Niveau van de **niet-opdeelbare-lijstwoorden**: de kinderen produceren de getalwoorden als onderscheiden woorden, maar kunnen de getalrij enkel starten van 1. Verder tellen vanaf bijvoorbeeld 3 lukt niet.
- Niveau van de **deelbare ketting**: de kinderen zeggen de getalrij op met een bepaalde benedengrens. Ze kunnen synchroon tellen, maar kunnen nog niet stoppen bij een opgegeven bovengrens.
- Niveau van de **telketting**: de kinderen kunnen de telrij opzeggen met een opgegeven onder- en bovengrens.
- **Tweerichtingsketting**: de kinderen kunnen per twee tellen, doortellen met een opgeven bovengrens en in omgekeerde volgorde tellen (terugtellen).

40 Fuson *et al.* (1982); Le Fevre *et al.* (2006); Gelman & Gallister (1978).

De **conceptuele kennis** van het tellen bestaat uit het beheersen van vijf principes[41]:

- **Principe van de stabiele volgorde**: de telrij moet in dezelfde volgorde geproduceerd worden (1, 2, 3, 4 en 5, maar niet 1, 3, 2, 5 en 4 bv.).
- **Principe van één-op-ééncorrespondentie**: elk voorwerp moet één keer geteld worden. De kinderen zeggen de getalrij op en duiden voorwerpen aan maar dat gebeurt willekeurig.
- **Principe van de kardinaliteit**: de kinderen weten dat het laatste getalwoord de eindhoeveelheid aangeeft. Dat noemen we ook resultatief tellen.
- **Principe van de irrelevante volgorde**: de kinderen weten dat het niet uitmaakt aan welke kant je begint te tellen om de eindhoeveelheid te bepalen.
- **Abstractieprincipe**: dit principe leidt ertoe dat kinderen heterogene verzamelingen kunnen tellen. Ze leren eigenschappen te negeren die verschillen, ten voordele van het zien van voorwerpen als één groep. Zo zijn zowel de kat, de hond als het paard dieren en de groep van die dieren bestaat uit drie stuks.

Onderzoek[42] bij Vlaamse kleuters toonde aan dat zo'n 60% van de kleuters de onderliggende telprincipes (conceptuele kennis) nog niet beheerste bij aanvang van het formele rekenonderwijs. Dat impliceert dat er bij de start van het eerste leerjaar belangrijke verschillen in rekenvaardigheden zijn tussen kinderen en dat het essentieel is dat leerkrachten in het basisonderwijs daar voldoende rekening mee houden.

Verder bevestigde de studie dat zowel procedurele telvaardigheden (weten hoe je moet tellen) als conceptuele telvaardigheden (de achterliggende telprincipes beheersen) kritisch zijn voor de verdere rekenontwikkeling. Kinderen met zwakke rekenvaardigheden bleken meer problemen te hebben met beide vormen van telkennis. Het was echter onmogelijk om steeds onderscheid te maken tussen het belang van procedurele telkennis enerzijds en de invloed van conceptuele telkennis anderzijds.

41 Le Fevre *et al.* (2006); Gelman & Gallister (1978, 2004); Stock *et al.* (2009a, 2009b).
42 Stock *et al.* (2009, 2010).

Figuur 14. Zes kurken tellen

2.2.2. Maatbegrip

Ook **maatbegrip** (het inzicht dat verschillende hoeveelheden, lengtes, gewichten met elkaar vergeleken kunnen worden door middel van een soort bemiddelaar: de maat) wordt vaak als voorbereidende rekenvaardigheid genoemd.

Figuur 15. Kastanjes 'wegen' in de kleuterklas
(+ rekentaal: begrippen meer, minder, hoger, lager)

Maatbegrip is een concept dat zijn oorsprong vindt in de handelings (leer)psychologie. Maatbegrip is van betekenis voor het inzicht dat getallen als relatief moeten worden opgevat.

We kunnen onderscheid maken tussen **natuurlijke maten** (aantal stappen...) en **eigenlijke maten** (m, l, g). Wanneer we de maat kennen, kunnen we het aantal meethandelingen tellen.

Figuur 16. Meten: hoe groot ben jij?

Goed getalbegrip houdt in dat kinderen zich ervan bewust zijn dat een getal meer betekenissen en functies kan hebben. Ze moeten verschillende aspecten kunnen onderscheiden in een getal: het kardinale aspect (het getal als aanduiding van een aantal), het ordinale aspect (telgetal), het meetaspect (meetgetal), het rekenaspect (rekengetal), het coderingsaspect (het getal als naam of label) en het relationele aspect (het verband tussen de diverse getallen).

2.2.3. Rekenen en taal

Tal van theorieën beschrijven een specifieke **rol van taal** bij het rekenen.[43]

Uit het bilinguïstisch trainingsonderzoek[44] blijkt dat informatie over 'even grote hoeveelheden' bij volwassenen opgeslagen zit in een taalspecifieke vorm.

Er zijn ook een aantal verslagen over volkeren in het Amazonegebied, die lang geïsoleerd leefden en slechts recent werden ontdekt. Men hoopte uit hun gebruiken iets te leren over de relatie tussen taal (het kennen van getalwoorden), het exact rekenen en het schattend omgaan met hoeveelheden.

Gordon[45] observeerde de Pirahã, een volk dat communiceert aan de hand van een pidginsysteem. Dat is een simpele taal die ontstaat wanneer mensen samenkomen die verschillende talen spreken. Pidgin wordt gekenmerkt door een gereduceerde woordenschat en relatief weinig syntactische regels. De Pirahã gebruiken het verarmde telsysteem 'één-twee-veel'. Ze kunnen geen exacte

43 Gelman & Butterworth (2005).
44 Spelke & Tsivkin (2001).
45 Gordon (2004).

hoeveelheden (groter dan 3) aanduiden, maar slagen er wel in om te schatten (intacte analoge schattingsvaardigheden). Ze kunnen ook prima hoeveelheden vergelijken ondanks de numerieke-taaldeprivatie. De resultaten uit die studie lijken erop te wijzen dat (een rijke numerieke) taal niet echt nodig is om grotere hoeveelheden goed te kunnen schatten.

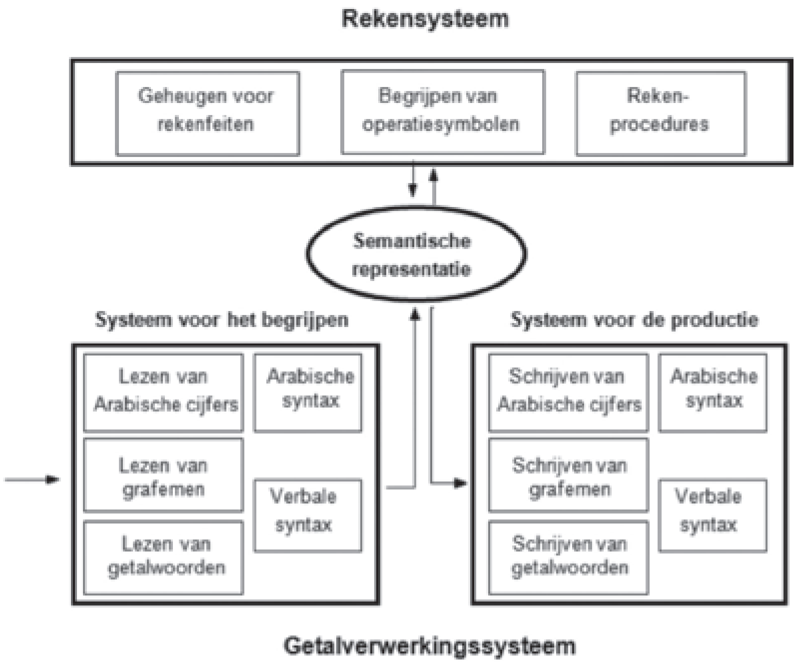
Een ander onderzoeksteam[46] observeerde een andere groep mensen uit het Amazonegebied: de Mundurukú. Dat volk kent getalwoorden tot vijf, maar gebruikt die noch in een telrij, noch om te refereren aan exacte hoeveelheden. Het getalwoord 'vijf', dat kan worden vertaald als 'een handvol', wordt gebruikt voor 5, maar ook voor 6, 7, 8 en 9. De Mundurukú doen het bij het vergelijken van hoeveelheden even goed als de Franse controlegroep, maar ze doen het veel minder goed bij het exact rekenen. De onderzoekers concludeerden daaruit dat schatten een basiscompetentie is, onafhankelijk van taal, maar dat het exact rekenen een beroep doet op een goed ontwikkeld lexicon van getalwoorden. Ook deze studie biedt bijgevolg evidentie voor het feit dat taal niet echt nodig is om te schatten, maar wel om exacte berekeningen te maken.
Andere onderzoekers[47] zwakten die conclusies echter af, omdat de tweetalige Mundurukú, die ook Portugees kenden, ook in het Portugees minder goed waren in het maken van exacte berekeningen. De onderzoekers meenden dat het verschil tussen beide volkeren waarschijnlijk vooral te maken had met een verschil in culturele voorkeur.

Caramazza en McCloskey ontwikkelden, weliswaar op basis van studies bij personen met een niet-aangeboren hersenletsel (NAH), een model waarbij een semantische representatie (de taal) essentieel zou zijn voor alle vormen van rekenen.[48]

Het model van McCloskey *et al.* (zie figuur 17) deelt rekenen op in twee grote onderdelen: een getalverwerkingssysteem en een rekensysteem. Daarnaast beschrijft het model een centrale (abstracte interne) semantische (**talige**!) representatie die losstaat van getalbegrip of -productie. Het getalverwerkingssysteem kent verder een begripsmatige en een productieve component. Getallen kunnen 'verbaal' als getalwoord (bv. 'vier') of als Arabisch cijfer (bv. '4') voorkomen, zowel in de begripsmatige (input) als productieve (output) component. Voorts stelt McCloskey dat zowel het verbale als het Arabische systeem echte **'taal'-kenmerken** vertonen, door de lexicale en syntactische processen die er

46 Pica *et al.* (2004).
47 Gelman & Butterworth (2005); Gelman & Gallister (2004).
48 McCloskey *et al.* (1985).

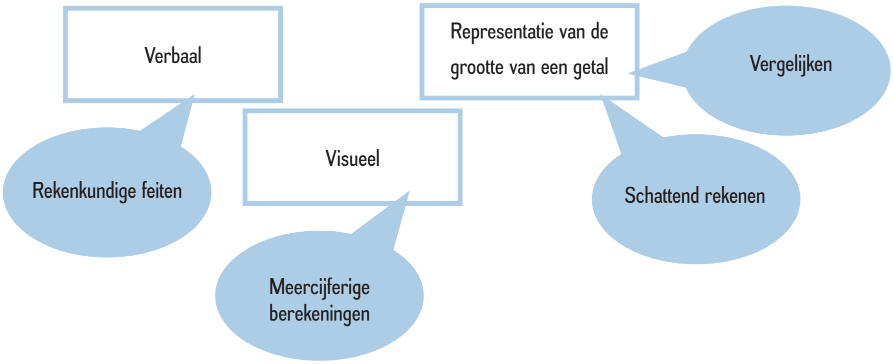
plaatsvinden. Het lexicon verwijst naar de aanwezigheid van een 'mentaal' woordenboek voor getallen, waarin tekenkenmerken en klankkenmerken gekoppeld zijn. Het syntactische proces maakt en controleert de zinsbouw en woordopbouw bij het spreken. Parallel daarmee zal de volgorde van de cijfers in een getalstelsel worden gecontroleerd door een dergelijk proces ('zestien' bestaat uit 'tien' en 'zes'). Het rekensysteem (binnen dit model) maakt echter geen gebruik van die concrete processen.



Figuur 17. Model van McCloskey met een centrale rol voor de taal

Op het model van McCloskey (waarbij taal een centrale rol kreeg) kwam kritiek, wat onder meer uitmondde in het **triple code model**[49] (zie figuur 18) met een minder dominante rol van de taal bij de representatie van grootte.

49 Dehaene (1992, 1997, 2001); Dehaene *et al.* (2003).



Figuur 18. Triple code model

Men[50] onderzocht met een PET-studie acht gezonde rechtshandige mannen tussen 21 en 29 jaar. Dat onderzoek toonde aan dat bij het ophalen van optelfeiten (zoals 6 + 9 =_) de linker intrapariëtale en superieure pariëtale zones, alsook de prefrontale regio werden geactiveerd. De taalzones bleven echter inactief, wat erop zou wijzen dat er voor het ophalen van simpele rekenfeiten niet noodzakelijk een soort verbaal proces nodig is. Dehaene en Cohen[51] stelden daarom dat een getal op drie manieren wordt voorgesteld: **talig** als woord ('twee') en als getal bestaande uit Arabische cijfers ('2') en **niet-talig** als hoeveelheid of grootte ('twee schoenen'). Dat wordt het *triple code model* genoemd. In dat model vervult taal een rol bij het verbale woordframe en bij de visueel-Arabische getalvorm. Het vergelijken van getallen (bv. om te weten of 23 groter of kleiner is dan 29) zou dan gebeuren via de 'niet-talige' en analoge grootterepresentaties.

Samenvattend kunnen we stellen dat sommige auteurs een cruciale rol van taal zien bij het ontwikkelen van basisvaardigheden om vlot te rekenen, terwijl anderen de rol van taal bij het leren rekenen minimaliseren.

Wat de ontwikkeling van **rekentaal** bij jonge kinderen betreft, zien we dat kinderen van tweeënhalf jaar al inzien dat getalwoorden dienen om objecten te tellen en dat ze die woorden al als een bijzondere woordcategorie beschouwen. Kleuters van 2,5 à 3 jaar kunnen al onderscheid maken tussen 'klein' en 'groot'. Inzicht in het verschil tussen 'lang' en 'kort' en tussen 'hoog' en 'laag' ontwikkelt zich pas later. Onderzoek wijst uit dat het gebruik van numerieke taal kan helpen bij het tellen en rekenen, maar dat taal geen strikte voorwaarde is om te kunnen tellen.

50 Dehaene (1992, 1997, 2001); Dehaene *et al.* (2003); Pesenti *et al.* (2000).
51 Dehaene (2001); Dehaene *et al.* (2003).

Rekentaal heeft eigen termen, uitdrukkingen, regels en symbolen. De reken- (of wiskunde)taal is **anders dan de gewone spreek- en schrijftaal**. Rekenen maakt gebruik van een passieve en actieve redeneertaal, met een eigen grammatica. Het kent ook eigen, specifieke symbolen, uitdrukkingen, formules... Daarnaast steunt het rekenen op begrippen in verband met tijd en ruimte, specifieke rekentermen en veelgebruikte niet-specifieke termen.

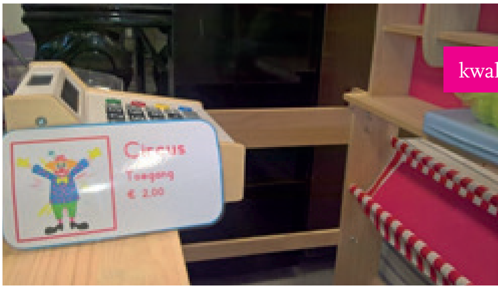
Figuur 19. Rekentaal leeg, vol, weinig, veel (Flessen vullen voor de apotheker) (met dank aan Sint-Jozef Geraardsbergen)

Figuur 20. De juiste prijs betalen met munten en het begrip 'samen' leren (rekentaal) (met dank aan Sint-Jozef Geraardsbergen)

Samenvattend kunnen we stellen dat in de kleuterklas het best spelenderwijs wordt geoefend op het correct resultatief tellen, gecombineerd met aandacht voor numerieke informatie (SFON) en maten en het (beperkt) aanleren van een aantal cijfers. Oefeningen die we voor ogen houden, zijn het handelend tellen en vergelijken van hoeveelheden, het auditief analyseren en discrimineren van getalwoorden. Daarnaast moet er zeker aandacht besteed worden aan de ontluikende gecijferdheid en de verwijswaarden van getalwoorden en Arabische cijfers.

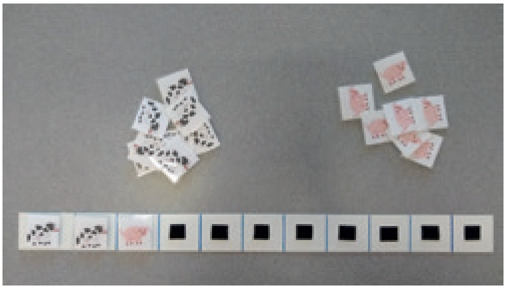
Figuur 21. Zes zaadjes planten
(met dank aan Sint-Catharinacollege Geraardsbergen)

Een klaslokaal, een school en een speelplaats bieden tal van kansen om kinderen spelenderwijs te boeien (SFON), te laten tellen en patronen te leren herkennen.



Figuur 22. Betalen aan de kassa
(met dank aan Sint-Catharinacollege Geraardsbergen)

Figuur 23. Aantal kinderen in de speelhoek visualiseren
(met dank aan Vrije Basisschool Hofstade)



Figuur 24. Patronen identificeren

3. AANVANKELIJK REKENEN

Aanvankelijk rekenen verwijst naar het rekenen (numerieke ontwikkeling) in het begin van de lagere school (eerste leerjaar), waar kinderen vanuit concrete ervaringen vertrouwd gemaakt worden met eenvoudige Handeling (H) – Formule (F)-koppelingen (H-F-koppeling), rekentaal en bewerkingen.

Om te kunnen omgaan met getallen en te kunnen rekenen is een goede fundering onmisbaar. We zullen de (voor)kennis stap voor stap moeten aanbrengen en verankeren in wat al gekend is om het daarna ook in andere taken en contexten toe te passen en zich eigen te maken.

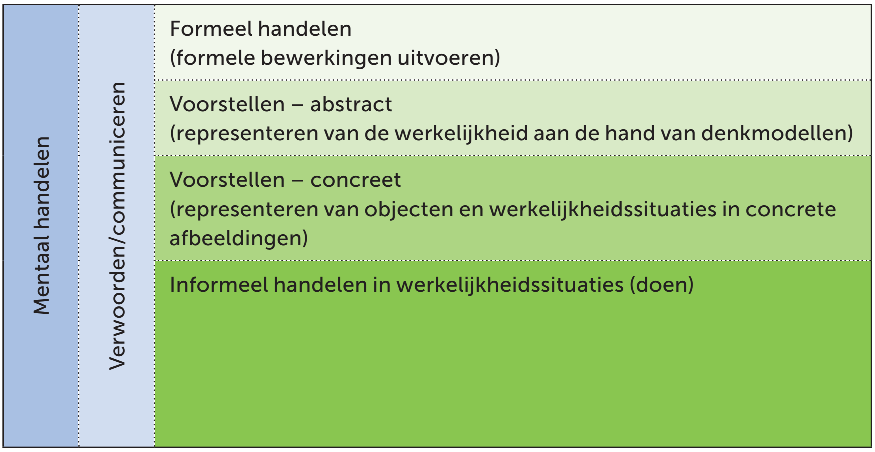
Eind derde kleuterklas – begin eerste leerjaar worden kinderen vanuit concrete ervaringen vertrouwd gemaakt met eenvoudige rekenhandelingen (optellen door 'samen' te voegen...), rekentaal, bewerkingen, patronen en formules.

De voorbereidende rekenvaardigheden en het getalbegrip vormen de fundamenten waarop wordt voortgebouwd. Het inzichtelijk aanbrengen van basiskennis en regels, het ondersteunen van rekentaal, de visueel-ruimtelijke aspecten van het rekenen evenals het automatiseren van rekenfeiten staan centraal in deze fase.

Leren rekenen gebeurt door eerst de dingen te 'ervaren', te 'verwoorden', te 'schematiseren' en als laatste mentaal uit te voeren door middel van verinnerlijking. We kunnen geen volwaardige mentale handeling verkrijgen (ook bij kinderen die sterk zijn in rekenen) wanneer we die niet onderbouwen met motorisch handelen en redeneren over schema's. Dat principe baseert zich op enkele didactische modellen.

De toename in kennis is gebaseerd op het **CIS-principe** (concreet, iconisch, symbolisch), dat ook wel **CSA-principe** (concreet, schematisch, abstract) of **CPA-model** (concreet, picturaal, abstract) genoemd wordt.

Het CIS-principe verwijst naar de constructivistische principes bij het aanbrengen van opeenvolgende kennisrepresentaties. Zowel Piaget als Vygotsky benadrukken dat het leerproces start met concrete ervaringen bij concrete objecten. De nadruk ligt op manipuleren, verplaatsen, betasten... van concreet materiaal om kennis op te doen. Handelen met concrete voorwerpen (3D) staat daarbij centraal. Vervolgens schakelt men over op het schematische, picturale of iconische niveau. Hier worden afbeeldingen van concrete voorwerpen (2D) gebruikt. De afbeeldingen bevatten 'telbare' voorwerpen. Kinderen kunnen ze aanwijzen, maar niet verplaatsen. Kinderen kunnen schematiseren, tekenen of zelf dingen afbeelden. In de fase van de abstracte of symbolische voorstelling gebruikt men enkel nog symbolen. Eerst zal men de handeling nog verwoorden en vervolgens handelt men volledig 'mentaal'. Er wordt geen ondersteuning meer gegeven door modellen.
Het handelingsmodel[52] geeft duiding bij hoe het wiskundeleerproces verloopt.



Figuur 25. Handelingsmodel

Dat model (in figuur 25) toont de verschillende niveaus van handelen en moet worden gelezen van onder naar boven. Men start zo laag mogelijk op een niveau waarvan men zeker weet dat de leerling het aankan (zone van 'actuele ontwikkeling'). Om de leerling te stimuleren op een hoger handelingsniveau te werken, koppelt men de uitwerking van de opdracht tegelijkertijd aan het daarop

52 Van Groenestijn (2011).

aansluitende hogere niveau (zone van 'naaste ontwikkeling'). De koppeling tussen de niveaus wordt steeds verbaal gemaakt. Te snel naar een hoger niveau overschakelen veroorzaakt problemen bij het rekenen.

- Op het eerste niveau (informeel handelen) worden de leerlingen voor concrete problemen geplaatst (bv. een hoeveelheid snoep moet gelijk verdeeld worden over tien kinderen). Door te doen moeten de kinderen de deling uitvoeren.
- Geleidelijk aan wordt overgegaan naar een concrete voorstelling of afbeelding (bv. op het bord voorstellen van snoep en leerlingen, met de concrete getallen erbij).
- De stap naar de abstracte voorstelling is – normaal gezien – snel gemaakt. Een groot vak met daarin een getal (het totale aantal snoepjes) en tien kleine vakken.
- Tot slot wordt de handeling omgezet in een formele bewerking (formeel handelen). Daarbij wordt aandacht geschonken aan de notatie en wordt de link gelegd met de juiste bewerking. Bij volgende 'analoge' oefeningen hoeven niet alle stappen uitgevoerd te worden (met materiaal enzovoort).

Bij de ijsbergdidactiek (gebruikt in scholen van het gemeenschapsonderwijs) gebruikt men de metafoor van de ijsberg[53] om een aantal didactische principes voor te stellen. Zo werkte men de leerstofopbouw uit in vier vaste lagen die van toepassing zijn op alle domeinen van de wiskunde.

- Niveau 1: wiskundige wereldoriëntatie. Men benadrukt het informeel handelen in werkelijkheidssituaties. Kinderen leren door te beleven, te doen... Het materiaal is levensecht, concreet en manipuleerbaar. Kinderen handelen met wiskundige concepten zoals die in werkelijkheid voorkomen.
- Niveau 2: niveau van de structuurmodellen. Ook hier gaat men motorisch handelen. De echte materialen worden vervangen door modelmaterialen en geleidelijk aan door een visuele voorstelling van de structuurmodellen. Belangrijk daarbij is dat de modellen nog telbaar zijn. De elementen op de afbeelding kunnen worden aangewezen maar niet meer worden verplaatst.
- Niveau 3: niveau van de schematische denkmodellen. De structuurmodellen worden geschematiseerd. Men gebruikt een strookmodel, een getallenas, een tabel... De voorstellingswijze is niet meer steeds telbaar.
- Niveau 4: niveau van formele bewerking. Alle ondersteuning wordt weggelaten. Belangrijk is dat de procedure geautomatiseerd wordt en/of in het geheugen opgeslagen.

53 Leerstudio (s.d.).

Samenvattend:
- We starten (in de concrete fase) met manipuleerbaar, tastbaar, verplaatsbaar, betekenisvol... materiaal om kennis op te doen. Kinderen leren door te beleven, te doen, na te spelen met levensecht, concreet en manipuleerbaar betekenisvol materiaal zoals dat in de werkelijkheid voorkomt.
- Daarna (in de iconische fase) laten we motorisch handelen met modelmaterialen die telbaar zijn. Vervolgens kunnen elementen van de visuele voorstelling worden aangewezen, maar niet meer verplaatst.
- In de volgende fase (de symbolische fase) valt het gebruik van materiaal weg en werkt men met schematisaties of representaties, die niet meer telbaar hoeven te zijn.
- Men eindigt met abstractie waarbij alle ondersteuning weggelaten wordt. Men werkt nu met getallen, tekens, formules en begrippen. Het is daarbij belangrijk dat de procedure geautomatiseerd wordt en/of in het geheugen wordt opgeslagen.

Er wordt steeds aangesloten bij de voorkennis van kinderen en verder gebouwd op het elementaire getalbegrip en de voorbereidende rekenvaardigheden die in de kleuterklassen aan bod komen.

3.1. Basiskennis

In het eerste leerjaar leren kinderen getallen lezen en schrijven (**L-taak**)[54] tot 20, wat samenhangt met het tellen en de translatievaardigheden. In het aanvankelijk rekenen legt men de fundamenten voor het correct lezen en schrijven (L-taak) van getallen en voor het inzicht in plaatswaarde.

Soms moet het onthouden van de getalnamen wat ondersteund worden.

54 Desoete *et al.* (2000); Desoete & Roeyers (2005).

Figuur 26. De Arabische cijfers worden aan verschillende concrete materialen en getalbeelden gekoppeld

Eerst leren kinderen de getallen tot 5 en tot 10 en vervolgens tot 20, waarbij naar tweecijferige getallen wordt overgegaan.
Kinderen leren dat bij meercijferige getallen ook de volgorde (of syntax) van belang wordt (bv. 15 verschilt van 51). Ze leren dat 'vijftien' bestaat uit 'tien' en 'vijf'. Daarnaast zijn 11 en 12 (en in mindere mate 13 en 14) onlogisch (en dus arbitrair) opgebouwd qua getalnaam.
Uiteraard moet ook het verschil tussen lezen (eerst E en dan T, dus van rechts naar links) en schrijven (eerst T en dan E, dus van links naar rechts) daarbij aan bod komen.
Ook de waarde van de getallen (eenheden, tientallen) komt aan bod. De getallenkennis ontwikkelt zich (**K-taak**).[55]

Kinderen leren hoeveelheden vergelijken en inzien hoe hoeveelheden zich verhouden ten opzichte van elkaar. Ons getalsysteem is erg ingewikkeld. We schrijven getallen in een plaatswaardesysteem: 15 betekent immers 1 groep van 10 en 5 losse. De plaats van het getal bepaalt de betekenis. 51 is immers een andere hoeveelheid dan 15. Maar om dat goed te begrijpen moet een kind begrijpen wat plaatswaarde is. Het moet ook begrijpen dat 20 losse hetzelfde is als 2 groepen van 10. Kinderen leren getallen situeren op een getallenas en/of leggen met blokken.

Ook de kennis van de operatiesymbolen (**S-taak**) is van belang.[56] Dat zijn symbolen die we nodig hebben om formuleopgaven op te lossen. In eerste instantie gaat het om '+', '-', ('×' en ':') evenals '<', '>' en '='.

55 Desoete *et al.* (2000); Desoete & Roeyers (2005).
56 Desoete *et al.* (2000); Desoete & Roeyers (2005).